

**Е. Ю. Линник, А. А. Тарасова**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
annatarasova1989@mail.ru*

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ О РАСШИРЕНИИ ПОЛОСТИ В ГРУНТОВОЙ СРЕДЕ

Рассматривается задача о расширении сферической полости из точки в безграничной грунтовой среде [1] с постоянной скоростью  $V_0$ . Движение грунтовой среды в области пластического течения описываются уравнениями неразрывности и изменения количества движения в эйлеровых переменных (сферическая симметрия):

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + 2\frac{v}{r} \right) = - \left( \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2f_2}{r} = -\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right), \end{cases} \quad (1)$$

$$c = A + \lambda u, \quad (2)$$

$$f_2(\theta) = \begin{cases} \tau_0 + \mu\sigma, & 0 < \sigma \leq \sigma_m, \\ \tau_m, & \sigma > \sigma_m. \end{cases} \quad (3)$$

Среда характеризуется известной ударной адиабатой (2), учет внутреннего трения грунта — условием пластичности (3). Подобная постановка является достаточной для описания динамической сжимаемости и сопротивления сдвигу мягких грунтовых сред [2].

Введением подстановки  $\xi = \frac{r}{ct}$ , где  $c$  — скорость пластической ударной волны, (1) принимает вид системы обыкновенных

дифференциальных уравнений [3]. Решение задачи осуществляется в безразмерных переменных – скорость  $U = \frac{v}{c}$  и напряжение  $S = \frac{\sigma}{\rho c^2}$ .

При высоких скоростях расширения полости и высоких давлениях изменение плотности мало. Рассматривается приближение к системе в предположении несжимаемости за фронтом ударной волны [4], записанное относительно  $U$ ,  $S$ :

$$\begin{cases} U' + 2\frac{U}{\xi} = 0, \\ S' + 2\frac{\tilde{f}_2}{\xi} = (\xi - U)U', \end{cases}$$

где  $\tilde{f}_2 = \frac{f_2}{\rho c^2}$  – условие пластичности.

Анализируется также ошибка применения линейного приближения  $c = \lambda^{1/3}V_0 + A/3$ , полученного с помощью разложения в ряд Тейлора [4].

В работе проводится сравнительный анализ полученных решений и рассматривается зависимость решений от параметров внутреннего трения и сжимаемости грунта. Показано существенное влияние коэффициента внутреннего трения грунта на параметры квадратичной МЛВ.

Проверены и подтверждены результаты исследования [4] с использованием возможного спектра параметров решаемой задачи для параметров  $\mu$  в интервале  $[0; 0,75]$  и параметра  $\lambda$  в интервале  $[1; 3]$ , а также выведены зависимости искомых функций от этих параметров.

Сравнением с результатами численных расчетов в полной постановке показана близость указанных решений при сверхзвуковых скоростях расширения полости с учетом внутреннего трения.

Работа выполнена при финансировании в рамках программы Президента Российской Федерации для государственной

поддержки коллективов ведущих научных школ России (НШ-2843.2012.8), ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы, а также РФФИ (проекты №№ 12-08-33106-мол\_а\_вед, 13-08-00531-а).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тарасова А., Линник Е. *Решение задачи о расширении сферической полости в грунтовой среде* // Тр. Матем. центра им. Н. И. Лобачевского. – Казань: Изд-во Казанск. матем. общ-ва, 2010. – Т. 45. – С. 201–203.

2. Баженов В., Котов В. *Математическое моделирование процессов удара и проникания осесимметричных тел и идентификация свойств грунтовых сред*. – М.: Физматлит, 2011. – 208 с.

3. Котов В. Л. *Анализ приближенных решений задачи о расширении сферической полости в грунтовой среде* // Проблемы прочности и пластичности. – 2011. – № 73. – С. 58–63.

4. Линник Е., Котов В., Тарасова А., Гоник Е. *Решение задачи о расширении сферической полости в предположении несжимаемости за фронтом ударной волны* // Проблемы прочности и пластичности. – Нижегород. ун-т, 2012. – Вып. 74. – С. 49–58.